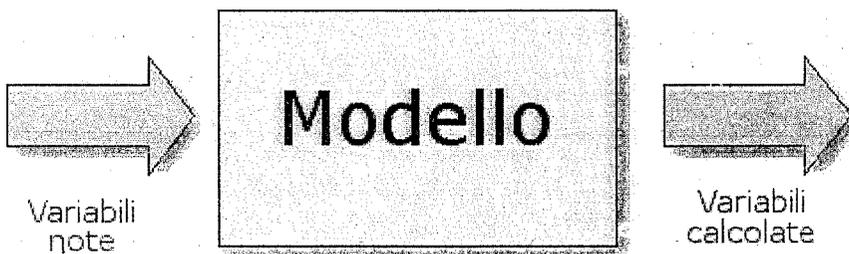


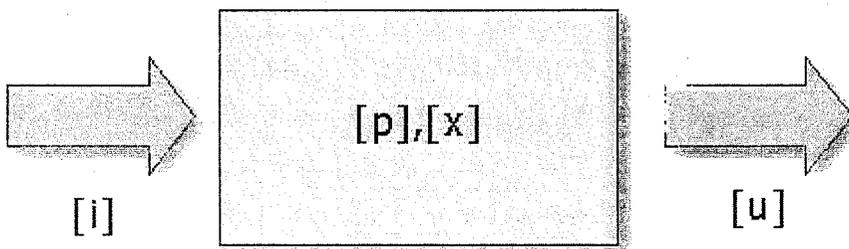
# Modelli matematici

Un modello é una rappresentazione che contiene la struttura essenziale di un oggetto o un processo o un evento reale. La rappresentazione può assumere due forme diverse:

1. **forma fisica o analogica:** le riproduzioni in scala - i "modellini" - di un aereo o di un edificio o le rappresentazioni di un sistema reale attraverso un altro sistema reale che si comporta in modo affine
2. **forma simbolica:** una equazione (o una serie di equazioni) che prende in considerazione i diversi parametri che sono coinvolti nella genesi e nella evoluzione del fenomeno studiato



## Terminologia



**[i]** = **ingressi** (input) variabili che possono essere impostate a piacere o che vengono osservate.

**[u]** = **uscite** (output) variabili considerate come risultati del comportamento di un sistema/modello.

**[p]** = **parametri** valori di alcune grandezze (costanti) caratteristiche del singolo sistema.

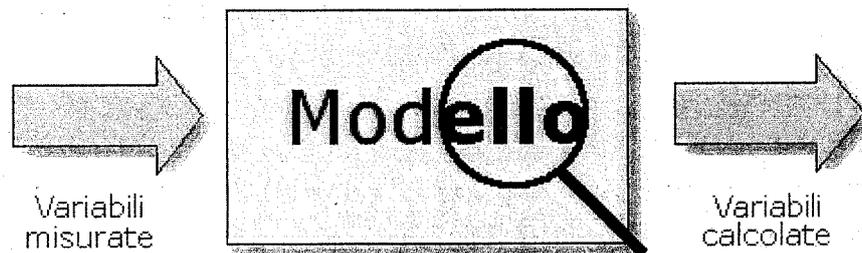
**[x]** = **variabili di stato** insieme minimo di variabili necessarie per identificare univocamente uno stato (un modo di essere, una configurazione) del sistema/modello.

$[x_0]$  = condizioni iniziali valori assegnati alle variabili di stato  $[x]$  allo stato iniziale del sistema/modello.

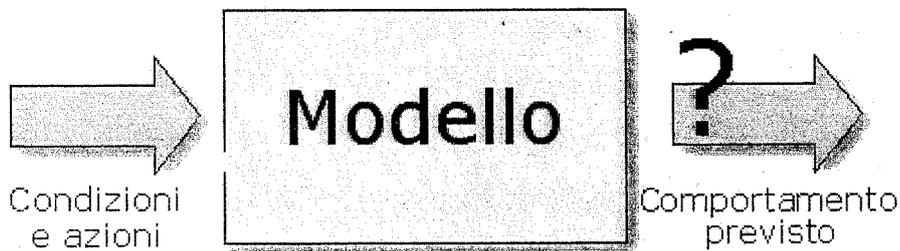
# Finalità

A seconda della finalità per la quale è stato concepito, un modello può essere:

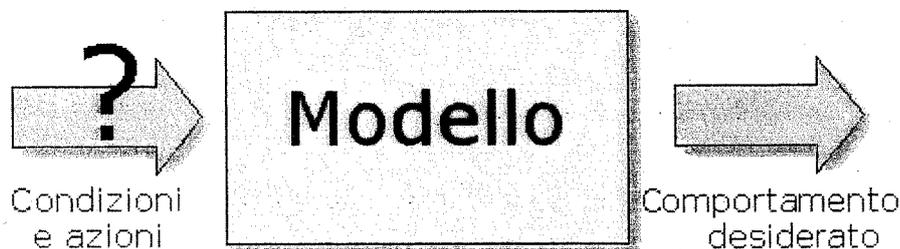
**Osservativo:** quando serve a calcolare e rendere osservabili variabili non direttamente misurabili in un sistema reale.



**Predittivo:** quando serve a prevedere comportamenti del sistema reale a partire da una certa configurazione iniziale, con date condizioni e vincoli e in presenza di azioni note.



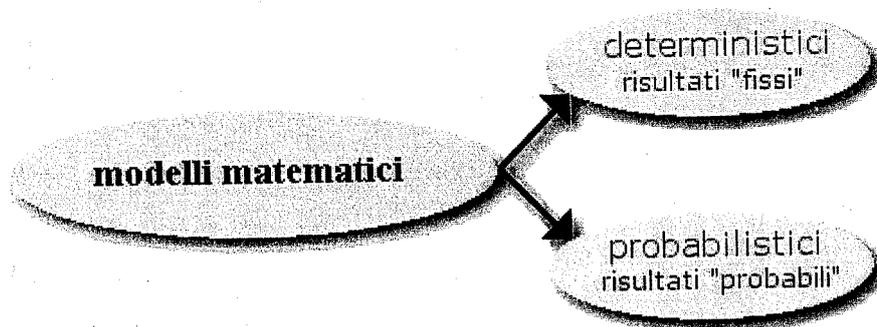
**Prescrittivo:** quando serve a decidere opportuni interventi sul sistema reale allo scopo di ottenere in risposta comportamenti desiderati.



## Tipi di modelli

Si hanno modelli **deterministici** quando per dati valori degli ingressi  $[i]$  e per date condizioni iniziali  $[x_0]$  le variabili di stato  $[x]$  e le uscite  $[u]$  sono univocamente determinate. Questi modelli sono i più semplici; in essi, le variabili di input assumono

valori fissi, ed i risultati ottenuti non tengono in considerazione eventuali fattori di incertezza (es. variazione casuale). Un esempio di modello deterministico è l'equazione di una parabola utilizzata per prevedere il moto di un proiettile sparato da un cannone.



Al contrario, si hanno modelli **probabilistici** o **stocastici** (stocastico = dovuto al caso, aleatorio) quando a dati valori iniziali  $[i]$  e  $[x_0]$  non corrispondono variabili di stato  $[x]$  univoche e certe, bensì diversi valori possibili, ciascuno caratterizzato da una propria probabilità di verificarsi. Questi modelli tengono in considerazione le variazioni causali, e quindi forniscono risultati probabili, eventualmente accompagnati dai relativi intervalli di confidenza. Ovviamente, i modelli stocastici sono più complessi di quelli deterministici ma sono anche più affidabili.

A seconda della variabile che viene considerata i modelli matematici si classificano come:

**Discreti nel tempo:** nel caso in cui le variabili  $[i]$ ,  $[x]$  e  $[u]$  sono "fotografate" in corrispondenza di istanti discreti " $t_i$ ", di solito a intervalli di tempo regolari. Il modello calcola  $[x]$  e  $[u]$  al tempo " $t_{i+1}$ " in base ai valori delle  $[i]$ ,  $[x]$  e  $[u]$  al tempo " $t_i$ " e/o precedenti.



Ad esempio se si tratta di un modello in cui il fenomeno viene considerato a passi successivi nel tempo (variabile indipendente considerata) sulla base di unità temporali, il modello è di tipo discreto.

I modelli discreti fanno uso delle equazioni alle differenze o degli automi cellulari.

**Discreti nello spazio:** nel caso in cui un sistema esteso viene suddiviso in cellule all'interno di ciascuna delle quali si assume che  $[i]$ ,  $[x]$  e  $[u]$  abbiano valori uniformi. Quindi, a ciascuna cellula si applica l'equazione del modello.

**Continui:** nel caso in cui le variabili  $[i]$ ,  $[x]$  e  $[u]$  mutino con continuità in funzione del tempo e dello spazio. Il modello è continuo se la variabile tempo è un numero reale che può assumere tutti i possibili valori reali. Ovvero il modello ci permette di calcolare ad esempio il tasso di variazione dei soggetti suscettibili a qualunque istante  $t$ , (con  $t$