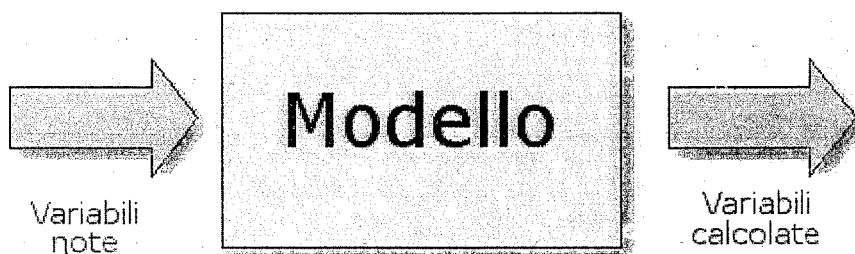


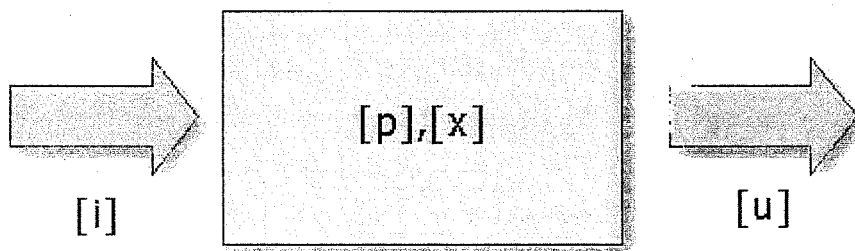
Modelli matematici

Un modello é una rappresentazione che contiene la struttura essenziale di un oggetto o un processo o un evento reale. La rappresentazione può assumere due forme diverse:

1. **forma fisica o analogica:** le riproduzioni in scala - i "modellini" - di un aereo o di un edificio o le rappresentazioni di un sistema reale attraverso un altro sistema reale che si comporta in modo affine
2. **forma simbolica:** una equazione (o una serie di equazioni) che prende in considerazione i diversi parametri che sono coinvolti nella genesi e nella evoluzione del fenomeno studiato



Terminologia



[i] = **ingressi** (input) variabili che possono essere impostate a piacere o che vengono osservate.

[u] = **uscite** (output) variabili considerate come risultati del comportamento di un sistema/modello.

[p] = **parametri** valori di alcune grandezze (costanti) caratteristiche del singolo sistema.

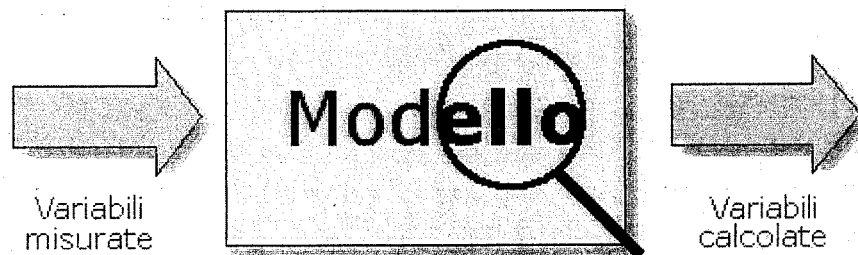
[x] = **variabili di stato** insieme minimo di variabili necessarie per identificare univocamente uno stato (un modo di essere, una configurazione) del sistema/modello.

$[x_0]$ = condizioni iniziali valori assegnati alle variabili di stato $[x]$ allo stato iniziale del sistema/modello.

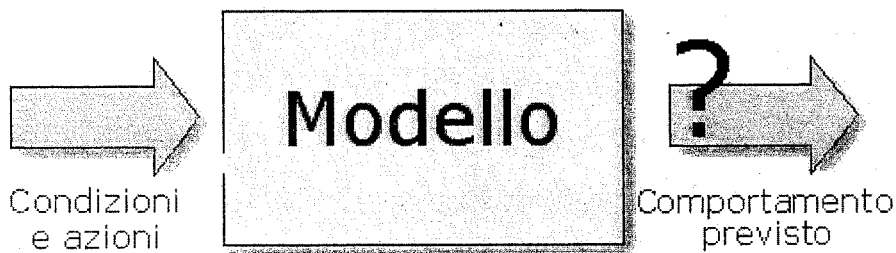
Finalità

A seconda della finalità per la quale è stato concepito, un modello può essere:

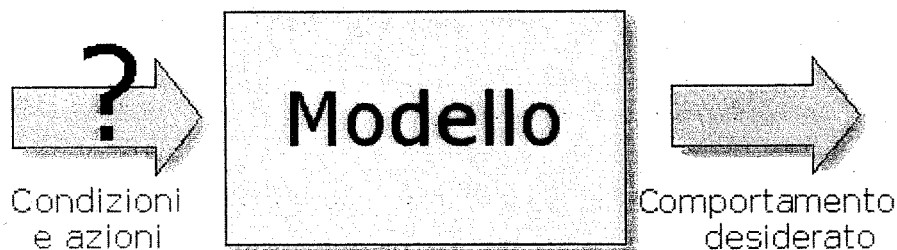
Osservativo: quando serve a calcolare e rendere osservabili variabili non direttamente misurabili in un sistema reale.



Predittivo: quando serve a prevedere comportamenti del sistema reale a partire da una certa configurazione iniziale, con date condizioni e vincoli e in presenza di azioni note.



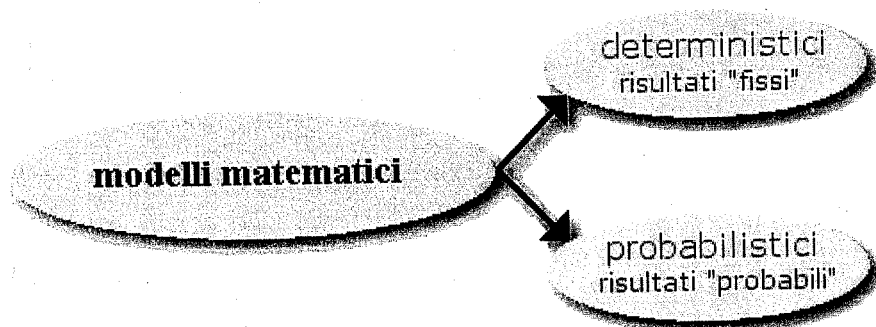
Prescrittivo: quando serve a decidere opportuni interventi sul sistema reale allo scopo di ottenere in risposta comportamenti desiderati.



Tipi di modelli

Si hanno modelli **deterministici** quando per dati valori degli ingressi $[i]$ e per date condizioni iniziali $[x_0]$ le variabili di stato $[x]$ e le uscite $[u]$ sono univocamente determinate. Questi modelli sono i più semplici; in essi, le variabili di input assumono

valori fissi, ed i risultati ottenuti non tengono in considerazione eventuali fattori di incertezza (es. variazione casuale). Un esempio di modello deterministico è l'equazione di una parabola utilizzata per prevedere il moto di un proiettile sparato da un cannone.



Al contrario, si hanno modelli **probabilistici** o **stocastici** (stocastico = dovuto al caso, aleatorio) quando a dati valori iniziali $[i]$ e $[x_0]$ non corrispondono variabili di stato $[x]$ univoche e certe, bensì diversi valori possibili, ciascuno caratterizzato da una propria probabilità di verificarsi. Questi modelli tengono in considerazione le variazioni causali, e quindi forniscono risultati probabili, eventualmente accompagnati dai relativi intervalli di confidenza. Ovviamente, i modelli stocastici sono più complessi di quelli deterministici ma sono anche più affidabili.

A seconda della variabile che viene considerata i modelli matematici si classificano come:

Discreti nel tempo: nel caso in cui le variabili $[i]$, $[x]$ e $[u]$ sono "fotografate" in corrispondenza di istanti discreti " t_i ", di solito a intervalli di tempo regolari. Il modello calcola $[x]$ e $[u]$ al tempo " t_{i+1} " in base ai valori delle $[i]$, $[x]$ e $[u]$ al tempo " t_i " e/o precedenti.



Ad esempio se si tratta di un modello in cui il fenomeno viene considerato a passi successivi nel tempo (variabile indipendente considerata) sulla base di unità temporali, il modello è di tipo discreto.

I modelli discreti fanno uso delle equazioni alle differenze o degli automi cellulari.

Discreti nello spazio: nel caso in cui un sistema esteso viene suddiviso in cellule all'interno di ciascuna delle quali si assume che $[i]$, $[x]$ e $[u]$ abbiano valori uniformi. Quindi, a ciascuna cellula si applica l'equazione del modello.

Continui: nel caso in cui le variabili $[i]$, $[x]$ e $[u]$ mutino con continuità in funzione del tempo e dello spazio. Il modello è continuo se la variabile tempo è un numero reale che può assumere tutti i possibili valori reali. Ovvero il modello ci permette di calcolare ad esempio il tasso di variazione dei soggetti suscettibili a qualunque istante t , (con t